

# ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ И ИСПРАВЛЕНИЯ ОШИБОК В МОДУЛЯРНЫХ НЕЙРОКОМПЬЮТЕРАХ

**Н. И. Червяков, Д. В. Сивоплясов**

Ростовский военный институт ракетных войск (филиал, г. Ставрополь)

Рассмотрен принцип обнаружения и коррекции ошибок данных, представленных в системе остаточных классов, на основе использования модулярных нейронных сетей и вероятной нейронной сети.

The principle of errors detection and correction, represented in residue number system, based on the use of modular neural networks and probabilistic neural network is shown.

## **1. Постановка задачи**

Актуальность проведения исследований и разработок в области модулярных нейросетевых технологий подтверждается необходимостью создания отказоустойчивых вычислительных систем. Отказоустойчивое функционирование вычислительных систем не исключает появления неисправностей, а опирается на эффективные методы устранения их влияния, т.е. система должна безошибочно работать при отказах отдельных ее компонентов или при ошибках в программном обеспечении. При этом утраченная информация должна быть восстановлена.

Для локализации и исправления ошибок в модулярных нейрокомпьютерах в работе [1] предложено использовать нейронную сеть Хопфилда, функционирующую в качестве автоассоциативного запоминающего устройства. К недостаткам нейронной сети Хопфилда следует отнести наличие обратных связей и малое число сохраняемых образов, максимальное число которых определяется выражением [2, 3, 4]

$$P_{max} = \frac{N}{2 \ln N} ,$$

где  $P_{max}$  – число образов, которые могут быть сохранены;

$N$  – число нейронов сети.

Для повышения качества локализации и исправления ошибок данных, представленных в модулярном коде, в данной работе предлагается использовать вероятностную нейронную сеть (PNN – Probabilistic Neural Network).

## 2. Отображение модулярных вычислений на структуру вероятностной нейронной сети

Число  $A$  в системе остаточных классов представляется в виде набора наименьших неотрицательных вычетов  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , вычисленных по модулю каждого из оснований непозиционной системы счисления  $p_i$ , и определяется выражением [5]

$$\alpha_i \equiv A(\text{mod } p_i) . (1)$$

Диапазон представления чисел равен

$$P_n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_n$$

или

$$P_n = \prod_{i=1}^n p_i .$$

Будем считать, что для однозначного представления числа  $A$  достаточно  $k$  остатков, причем  $k < n$ . За рабочие основания примем модули  $p_1, p_2, \dots, p_k$ . Диапазон однозначного представления по этим основаниям равен

$$P_k = \prod_{i=1}^k p_i . (2)$$

Диапазон  $P_n$  называется полным, диапазон  $P_k$  – рабочим [5].

Используя формулы (1) и (2), запишем область разрешенных значений представления числа  $A$  в виде матрицы

$$P_k = \begin{pmatrix} \alpha_1^0 & \alpha_2^0 & \dots & \alpha_k^0 & \dots & \alpha_n^0 \\ \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \dots & \alpha_k^1 & \dots & \alpha_n^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1^i & \alpha_2^i & \dots & \alpha_k^i & \dots & \alpha_n^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1^k & \alpha_2^k & \dots & \alpha_k^k & \dots & \alpha_n^k \end{pmatrix} , (3)$$

где  $i \in [0, P_k)$ .

Количество столбцов матрицы (3) определяется количеством модулей  $p_i$ , количество строк – рабочим диапазоном  $P_k$ .

Матрица (3) является обучающей выборкой для вероятностной нейронной сети.

### 3. Синтез структуры вероятностной нейронной сети для локализации и исправления ошибок данных, представленных в модулярном коде

Нейронная сеть PNN описана в работе [2] и предназначена для решения вероятностных задач, в частности, задач классификации [2, 4]. Структура вероятностной нейронной сети для локализации и исправления ошибок данных, представленных в модулярном коде, показана на рисунке 1.

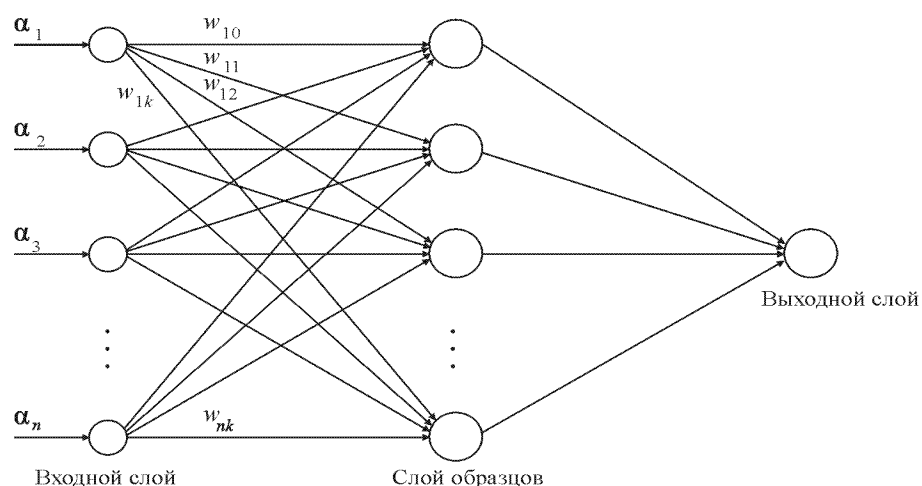


Рисунок 1 – Архитектура вероятностной нейронной сети

Нейроны входного слоя выполняют распределительные функции. Количество нейронов входного слоя при двоичном представлении данных определяется выражением

$$X = [\log_2 p_1] + [\log_2 p_2] + \dots + [\log_2 p_n]$$

или

$$X = \sum_{i=1}^n [\log_2 p_i] \cdot (4)$$

Нейроны слоя образцов представляют собой радиальные базисные элементы, активность которых определяется функцией Гаусса с нормальным законом распределения [2, 6]

$$y_i = \exp \left( - \frac{\sum_{i=1}^n (w_{ij} - x_i)^2}{2\sigma^2} \right), (5)$$

где  $w_{ij}$  – весовые коэффициенты, равные элементам соответствующего вектора-образца;

$x_i$  – элементы неизвестного входного вектора;

$\sigma^2$  – дисперсия, характеризующая ширину радиально-базисной функции.

Количество радиальных элементов определяется векторами обучающего множества (3), причем каждый вектор входа ставится в соответствии одному из классов. Входной слой и промежуточный слой образуют полносвязную структуру. Весовая матрица между слоями формируется с использованием векторов входа из обучающего множества (3), учитывая выражение (4).

Слой суммирования [2], используемый для сложения выходных значений элементов слоя образцов, опускается, т.к. одному классу соответствует один образец.

Весовые значения связей, идущих от элементов слоя образцов к выходному элементу, фиксируются равными единице. Конкурирующая функция активации выходного слоя формирует на выходе значение, равное единице, для элемента слоя образцов с максимальным значением активности и нуль – в остальных случаях. Таким образом, сеть PNN выполняет классификацию векторов входа по классам.

Для вероятностной нейронной сети не требуется обучения в том смысле, какое требуется для сетей с обратным распространением ошибок, так как все параметры сети определяются непосредственно учебными данными.

### 1. Нейронная сеть обнаружения и коррекции ошибок данных, представленных в коде системы остаточных классов

Архитектура нейронной сети обнаружения и коррекции ошибок данных, представленных в модульном коде (рисунок 2), представляет собой многослойную сеть, состоящую из нейронной сети конечного кольца (НСКК) обнаружения ошибок [1] и нейронной сети PNN для локализации и исправления ошибок.

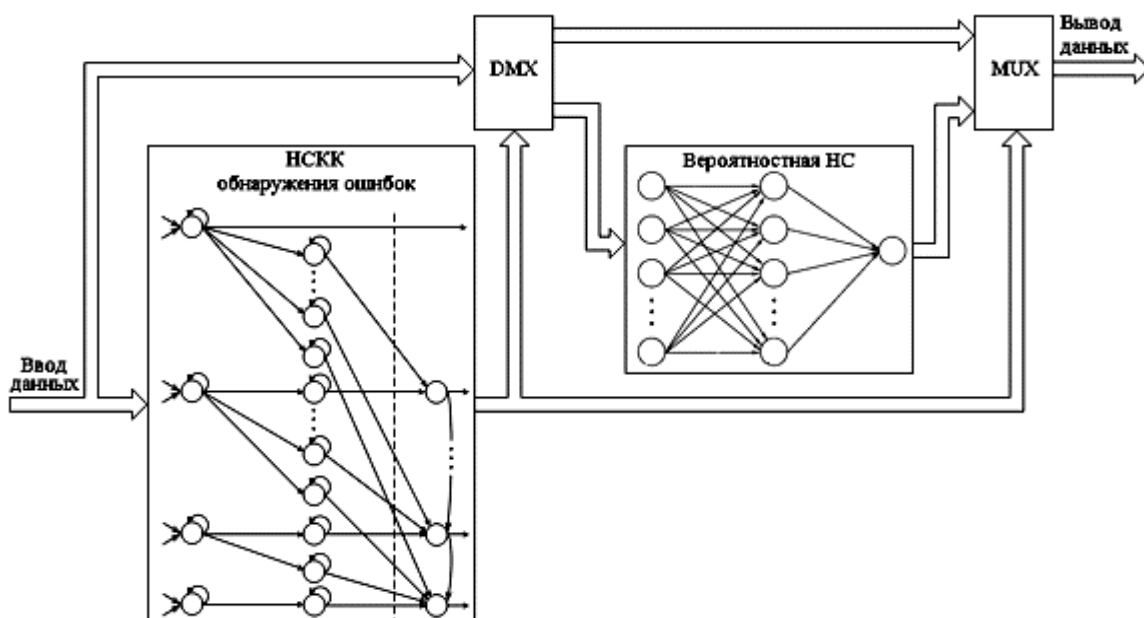


Рисунок 2 – Архитектура нейронной сети для обнаружения, локализации и исправления ошибок данных, представленных в модульном коде

Нейронная сеть конечного кольца обнаруживает ошибку данных, представленных в СОК с основаниями  $p_1, p_2, \dots, p_n$  по значению коэффициента  $a_n$  [1, 6]

$$a_n = \begin{cases} 0, & \text{if } \phi \text{ is not } i \text{ do}; \\ 1, & \text{if } \phi \text{ is } a \text{ñ} \text{ò } i. \end{cases}$$

Сигнал  $a_n$  подается на управляющие входы демультиплексора и мультиплексора. Если  $a_n = 0$ , то неискаженные данные через демультиплексор и мультиплексор поступают на выход блока коррекции данных [1].

Если  $a_n = 1$ , т.е. данные имеют ошибочные разряды, происходит активация управляющих входов мультиплексора и демультиплексора, и данные с ошибкой через демультиплексор поступают на вход нейронной сети PNN в двоичном коде. Сеть PNN восстанавливает искаженные данные.

Пример. Пусть  $p_i = \{2, 3, 5, 7\}$ . Выберем модули  $p_1 = 2$  и  $p_2 = 3$  рабочими, а  $p_3 = 5$ ,  $p_4 = 7$  – контрольными. Тогда полный диапазон будет равен  $P_n = 210$ , а рабочий  $P_k = 6$ . Области разрешенных и запрещенных значений в двоичном коде с использованием формул (3) и (4) представлены на рисунке 3.

		Модуль						
		2	3	5	7			
Рабочий диапазон	{	0	0	00	000	000	}	Полный диапазон
	1	1	01	001	001	001		
	2	0	10	010	010	010		
	3	1	00	011	011	011		
	4	0	01	100	100	100		
	5	1	10	000	101	101		
	6	0	00	001	110	110		
⋮								
	209	1	10	100	110			

Рисунок 3 – Области разрешенных и запрещенных значений данных, представленных в модулярном коде по основаниям  $p_i = \{2, 3, 5, 7\}$

С помощью формул (3) и (4) сформируем весовую матрицу первого слоя сети PNN с использованием векторов входа из обучающегося множества.

W =	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	1	0	0	1	0	0	1
	0	1	0	0	1	0	0	1	0

	1	0	0	0	1	1	0	1	1
	0	0	1	1	0	0	1	0	0
	1	1	0	0	0	0	1	0	1

Если на вход сети подать неискаженный входной вектор  $X = (1, 0, 3, 3) = [1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1]$ , нейроны радиального слоя в соответствии с выражением (5) вычисляют близость нового вектора к векторам обучающего множества. Для нормального закона распределения случайной величины  $\sigma^2 = 1$  [8].

$$y_0 = \exp\left(-\frac{(1-0)^2 + (0-0)^2 + (0-0)^2 + (0-0)^2 + (1-0)^2}{2} + \frac{(1-0)^2 + (0-0)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2}{2}\right) = \exp\left(-\frac{5}{2}\right) = 0,082;$$

$$y_1 = \exp\left(-\frac{3}{2}\right) = 0,223; \quad y_2 = \exp\left(-\frac{4}{2}\right) = 0,135; \quad y_3 = \exp\left(-\frac{0}{2}\right) = 1;$$

$$y_4 = \exp\left(-\frac{8}{2}\right) = 0,018; \quad y_5 = \exp\left(-\frac{5}{2}\right) = 0,082.$$

Конкурирующая функция активации выходного слоя формирует на выходе значение, равное 1, для самого большого по величине элемента вектора  $y_3$  и 0 – в остальных случаях.

Если на вход сети подать искаженный входной вектор  $X' = (1, 0, 3, 3) = [1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1]$ , нейроны радиального слоя в соответствии с выражением (5) вычисляют близость нового вектора к векторам обучающего множества:

$$y_0 = 0,135; \quad y_1 = 0,367; \quad y_2 = 0,082; \quad y_3 = 0,606; \quad y_4 = 0,030; \quad y_5 = 0,135.$$

Конкурирующая функция активации выходного слоя формирует на выходе значение, равное 1, для самого большого по величине элемента вектора  $y_3$  и 0 – в остальных случаях. В результате произошло исправление ошибочного значения  $X' = (1, 0, 1, 3)$  на  $X = (1, 0, 3, 3)$ .

Для оценки способности нейронной сети PNN к локализации и исправлению ошибок, необходимо выполнить классификацию набора ошибочных векторов, не принадлежащих диапазону разрешенных значений.

Количество возможных однократных ошибок определяется из выражения

$$\hat{E}_{i\phi}^1 = \sum_{k=1}^n P_k \cdot (p_i - 1), \text{ где } i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Количество возможных двукратных ошибок определяется из выражения

$$\begin{aligned} \hat{E}_{i\phi}^2 = & P_k \cdot [(p_1 - 1) \cdot ((p_2 - 1) + (p_3 - 1) + \dots + (p_n - 1)) + \dots \\ & \dots + (p_2 - 1) \cdot ((p_3 - 1) + \dots + (p_n - 1)) + \dots + (p_{n-1} - 1) \cdot (p_n - 1)] . \quad (7) \end{aligned}$$

Возможные варианты ошибок данных, представленных в системе остаточных классов с основаниями  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 3$ ,  $p_3 = 5$ ,  $p_4 = 7$  в двоичной системе счисления, представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Возможные варианты ошибок данных, представленных в модулярном коде по основаниям  $p_i = \{2, 3, 5, 7\}$

A	Разрешенные значения по основанию $p_i$				Варианты ошибок для оснований $p_i$			
	2	3	5	7	2	3	5	7
0	0	00	000	000	1	01 10	001 010 011 100	001 010 011 100 101
1	1	01	001	001	0	00 10	000 010 011 100	000 010 011 100 101
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5	1	10	000	101	0	00 01	001 010 011 100	000 001 010 011 100



Для решения поставленной задачи в среде MATLAB проведено аналитическое моделирование вероятностной нейронной сети. В качестве обучающего множества использовалась область разрешенных значений (рисунок 3).

Результаты моделирования сведены в таблицу 2 и представлены в виде графика (рисунок 4), который показывает вероятность принятия нейронной сетью PNN правильного решения  $P$  в зависимости от кратности ошибок  $K$ .

Итак, локализация и исправление ошибок могут быть выполнены в параллельно-конвейерном режиме за 3 цикла синхронизации: 1 цикл – для вычисления близости нового вектора к векторам обучающего множества; 2 цикл – для представления вектора, наиболее близкого к вектору входа числом, близким к 1; 3 цикл – для формирования конкурирующей функцией активации второго слоя на выходе значения, равного 1, для самого большого по величине элемента вектора и 0 – в остальных случаях.

Таблица 2 – Оценка способности вероятностной нейронной сети к локализации и исправлению ошибок данных, представленных в модулярном коде по основаниям  $p_1 = 2$ ,  $p_2 = 3$ ,  $p_3 = 5$ ,  $p_4 = 7$

Количество возможных ошибок		Количество исправленных ошибок		Вероятность исправления ошибок	
однократных	двукратных	однократных	двукратных	однократных	двукратных
78	336	69	104	0,89	0,31

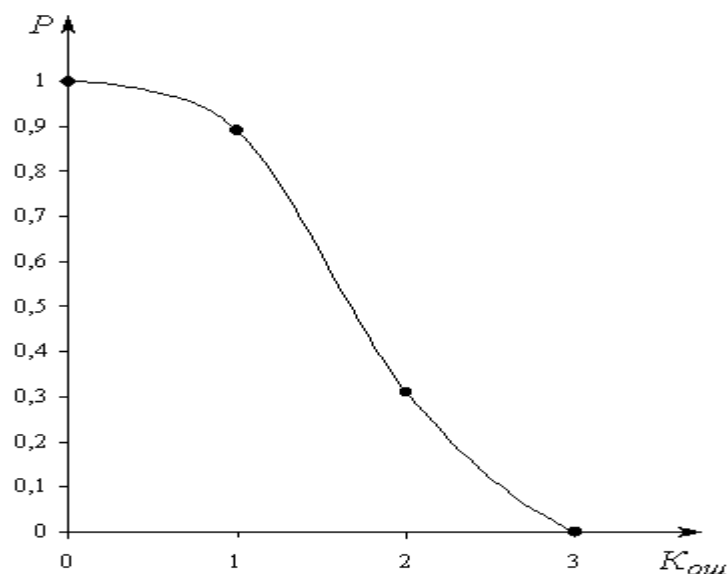


Рисунок 4 – Зависимость вероятности принятия нейронной сетью PNN правильного решения от кратности ошибок

## 5. Выводы

Разработанная многослойная нейронная сеть может быть реализована в виде аппаратных средств на ПЛИС Xilinx и применена в отказоустойчивых модулярных нейрокомпьютерах для обнаружения, локализации и исправления ошибок в случаях, когда при снижении точности вычисления требуется сохранить скорость выполнения операций.

### Литература

1. Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В. Применение нейронных сетей Хопфилда для коррекции ошибок в модулярных нейрокомпьютерах // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2002. № 11. С. 10 – 16.
2. Калан Р. Основные концепции нейронных сетей. – М.: Вильямс, 2001. – 287 с.
3. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 382 с.
4. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. Matlab 6 / Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина. – М.: Диалог-Мифи, 2002. – 489 с.
5. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Советское радио, 1968. – 440 с.
6. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / Пер. с польского И.Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
7. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем // Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А. – М.: Физматлит, 2002. – 288 с.
8. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 543 с.