УДК 638.562:51.65.012

Модели и методы определения компетентности экспертов на базе аксиомы несмещенности

Снитюк В.Е., к.т.н., доцент,
Черкасский инженерно-технологический институт,
Рифат Мохаммед Али, аспирант,
Государственная летная академия Украины

Запропоновано алгоритм визначення компетентності експертів на базі аксіоми незміщеності, згідно якої найбільш компетентним вважається той експерт, розбіжність суджень якого із судженнями інших експертів мінімальна. Класифіковані запитання анкети для її автоматизованої обробки і розроблені моделі для визначення міри близькості відповідей експертів.

The algorithm of competence determining of experts on the base of unshiftness axiom is suggested. Due to this axiom the most competent is the expert who has minimal opinions dispersion with opinions of other experts. The question form questions are classified for its automatic processing and the models for the measure of experts answer closeness determining are developed.

Введение. Информационная неопределенность на начальных этапах жизненного цикла сложных объектов и систем оказывает значительное влияние на дальнейшие процессы проектирования и изготовления. Отсутствие полноценных исходных данных и ограничений, которые можно было бы получить на более поздних этапах, приводит к возрастанию роли экспертов, имитационного моделирования и прогнозирования, доопределяющих априорную информацию и позволяющих перейти к реализации начальных этапов жизненного цикла. Учитывая высокую стоимость проектных и конструкторских работ и, как следствие, маловероятные уточнения результатов предварительных исследований, отметим, что определение наиболее компетентных лиц, производящих оценки и определяющих стратегию исследований, является одной из важнейших задач.

На сегодняшний день известно достаточно много подходов к исследованию компетентности экспертов, базирующихся, в значительной степени, на субъективных суждениях и использующих понятийный аппарат психологии и, в лучшем случае, методы элементарной алгебры. Их недостатками есть отсутствие системного подхода к формализации проблемы и классификации задач исследования, а также единого представления данных и результатов в автоматизированных системах поддержки принятия решений. В настоящей статье будем проводить определение компетентности экспертов на базе аксиомы несмещенности [1], которая утверждает, что мнение большинства компетентно и, как следствие, наиболее компетентным считать того эксперта, расхождение мнений которого с мнениями других экспертов минимально.

Классификация вопросов и вариантов постановки задачи. Эксперты отвечают на многочисленные разнозначимые вопросы, которые будем классифицировать в зависимости от ответов:
1) “Да-Нет”; 2) один из нескольких; 3) несколько из многих; 4) число; 5) интервал; 6) нечеткий интервал; 7) слово; 8) предложение.

Некоторые из них можно было бы включить в состав других, но учитывая, что вопросы с разными вариантами ответов находятся на разных уровнях иерархии целевого дерева и имеют соответственно разные уровни значимости, целесообразно их разделять. Задача определения уровня компетентности экспертов имеет несколько вариантов постановки при следующих начальных условиях:

- уровни компетентности экспертов априорно не известны и лицом, принимающим решения (ЛПР) не заданы;
- начальные уровни компетентности задаются ЛПР;

- начальные уровни компетентности есть средним арифметическим оценки ЛПР и самооценки;
- начальные уровни компетентности есть средними арифметическими мнений других экспертов (отсутствие мнения – оценка 0.5);
- при определении компетентности оценки ЛПР равнозначны оценке группы экспертов;
- при определении компетентности учитывается оценка ЛПР как эксперта с заданным уровнем компетентности и т.д.

Постановка задачи. Пусть n - количество экспертов, m - количество вопросов, причем $m=\sum_{i=1}^{8} m_i$, где m_i - количество вопросов i-го типа, $i=\overline{1,8}$, в соответствии с вышеизложенной классификацией. Необходимо определить уровни компетентности экспертов γ_j, $j=\overline{1,n}$.

Модели и метод решения задачи. Сущность метода заключается в определении матриц, содержащих значения расхождений мнений экспертов, их анализе и преобразованиях, в результате которых будут определены уровни компетентности экспертов. Заметим, что метод достаточно алгоритмизирован, и без ограничения общности в качестве базового варианта рассмотрим случай когда уровни компетентности априорно неизвестны.

1. Методом экспертного опроса определим матрицу $L=(l_{ij})_{i=1,j=1}^{n \quad m_1}$, где

$$l_{ij}=\begin{cases}1, \text{ если } i-\text{й эксперт дал позитив-} \\ \text{ный ответ на } j-\text{й вопрос,} \\ 0, \text{ в противном случае}\end{cases}$$

Формируем последовательность треугольных матриц $\left\{T_1^k\right\}_{k=\overline{1,m_1}}$, где $T_1^k=\left(t_{ij}^k\right)_{i,j=1}^n$ и

$$t_{ij}^k=\chi\left(l_{ik}=l_{jk}\right) \qquad (1)$$

при $i>j$, при $i\le j$ $t_{ij}^k=0$, где $\chi(B)=\begin{cases}1, \text{ если } B \text{ верно,} \\ 0, \text{ в противном случае}\end{cases}$. Вычислим матрицу $T_1^{'}=\left(t_{ij}^{'}\right)_{i,j=1}^n$, $t_{ij}^{'}=\sum_{k=1}^{m_1}\chi\left(l_{ik}=l_{jk}\right)$, $i>j$, при $i\le j$ $t_{ij}^k=0$.

Нормируя матрицу $T_1^{'}$, получим

$$T_1=\left(t_{ij}\right)_{i,j=1}^n, \quad t_{ij}=\frac{t_{ij}^{'}}{\sum\limits_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^{n} t_{ij}^{'}}.$$

Если на этом этапе есть необходимость в предварительном заключении о компетентности экспертов, то ее вычисляют по формуле

$$\gamma_p=\sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j \\ (j=p)\vee(i=p)}}^{n} t_{ij} \Bigg/ \sum_{p=1}^{n}\sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j \\ (j=p)\vee(i=p)}}^{n} t_{ij}, \quad p=\overline{1,n}.$$

2. Лицо принимающее решение (ЛПР) для каждого q-го вопроса, $q=\overline{1,m_2}$ определяет количество ответов k_q и присваивает каждому ответу в вопросе определенный бал a_{ql}, где l - номер ответа в q-м вопросе, $a_{ql}\in[0;1]$, $\sum_{l=1}^{k_q}a_{ql}=1$. (Предполагается, что ответы на вопросы второго типа упорядочены по возрастанию баллов, т.е. имеет место количественная или смысловая градация). Методом экспертного опроса определяем матрицу ответов экспертов $A=\left(a_{ij}\right)_{i=1,j=1}^{n \quad m_2}$, где a_{ij} - бал i-го эксперта за ответ на j-й вопрос.

Формируем последовательность треугольных матриц $\left\{T_2^k\right\}_{k=\overline{1,m_2}}$, где $T_2^k=\left(t_{ij}^k\right)_{i,j=1}^n$ и

$$t_{ij}^k=\left|a_{ik}-a_{jk}\right|, \; i>j, \qquad (2)$$

при $i\le j$ $t_{ij}^k=0$. Вычисляем матрицы $T_2^{k'}=\left(t_{ij}^{k'}\right)_{i,j=1}^n$, $t_{ij}^{k'}=\frac{1}{t_{ij}^k}$ при $i>j$ и $t_{ij}^k\ne 0$, если при $i>j$ $t_{ij}^k=0$, то рационально положить $t_{ij}^{k'}=\frac{2}{\min\limits_{t_{ij}^{'}\ne 0} t_{ij}^k}$, другие нулевые элементы оставим без изменений. Вычисляем матрицу $T_2' = \left(t_{ij}'\right)_{i,j=1}^{n}$, где

$t_{ij}' = \sum_{k=1}^{m_2} t_{ij}^{k'}$, *при* $i > j$, при $i \le j$ $t_{ij}' = 0$.

Нормируя матрицу T_2', получим матрицу $T_2 = \left(t_{ij}\right)_{i,j=1}^{n}$, $t_{ij} = \frac{t_{ij}'}{\sum_{i>j} t_{ij}'}$ при $i > j$.

Если по ответам на вопросы второго типа есть необходимость в предварительном заключении о компетентности экспертов, то ее вычисляют по последней формуле.

3. ЛПР для каждого p-го вопроса, $p = \overline{1, m_3}$, определяет количество ответов k_p и присваивает каждому ответу определенный бал a_{pl}, где l - номер ответа в p-м вопросе, $a_{pl} \in [0;1]$, $\sum_{l=1}^{k_p} a_{pl} = 1$. Справедливо предположение п. 2. Методом экспертного опроса определяем матрицу $L = \left(l_{ijq}\right)_{i,j=1\ q=1}^{n\ m_3\ mm}$, где $mm = \max_p k_p$ и

$$l_{ijq} = \begin{cases} 1, \text{ если } i-\text{й эксперт на } j-\text{й воп}- \\ \text{рос дал } q-\text{й ответ}, \\ 0, \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Формируем последовательность треугольных матриц $\left\{T_3^k\right\}_{k=\overline{1,m_3}}$, где $T_3^k = \left(t_{ir}^k\right)_{i,r=1}^{n}$ и

$$t_{ir}^k = \sum_{q=1}^{k_p} \chi\left(l_{ikq} = l_{rkq}\right) a_{kq}, \; i > r, \tag{3}$$

Следующие шаги аналогичны с незначительными уточнениями шагам п.2.

4. Методом экспертного опроса формируем числовую матрицу $L = \left(l_{ij}\right)_{i=1,\ j=1}^{n\ \ m_4}$, где l_{ij} – ответ i-го эксперта на j- вопрос. Возможны случаи, когда ЛПР назначает интервалы для ответов и не назначает. Пусть в первом случае возможные интервалы для ответов $\left[a_j; b_j\right]$. Обозначим $N_z = \{1,2,...,z\}$. Если $\exists i \in N_n$ *и* $\exists j \in N_{m_4}$: $l_{ij} \notin \left[a_j; b_j\right]$, то $t_{ip}^j = 0$ при $i > p$. Если l_{ij} и $l_{qj} \in \left[a_j; b_j\right]$, то

$$t_{iq}^j = \frac{\left|l_{ij} - l_{qj}\right|}{b_j - a_j}, \; i > q. \tag{4}$$

Формула (4) имеет место и во втором случае, но в ней для всех $j \in N_{m_4}$ $a_j = \min_i l_{ij}$, $b_j = \max_i l_{ij}$. Дальнейшие рассуждения аналогичны п.2.

5. Методом экспертного опроса формируем матрицу $A = \left(a_{ij}\right)_{i=1,\ j=1}^{n\ \ 2m_5}$, где

$$a_{ij} == \begin{cases} \text{левый конец интервала ответа } i- \\ \text{го эксперта на } j-\text{й вопрос}, \\ \text{где } j = 2k-1,\; k = \overline{1, m_5}, \\ \text{правый конец интервала ответа } i- \\ \text{го эксперта на } j-\text{й вопрос}, \\ \text{где } j = 2k,\; k = \overline{1, m_5}. \end{cases}$$

Формируем последовательность треугольных матриц $\left\{T_5^k\right\}_{k=\overline{1,m_5}}$, где $T_5^k = \left(t_{ij}^k\right)_{i,j=1}^{k}$ и

$$t_{ij}^k = \frac{1}{2}\chi(\min\{a_{il}, a_{jl}\} \ge \max\{a_{iq}, a_{jq}\}) \times \tag{5}$$

$$\times\left(\min\{a_{il}, a_{jl}\} - \max\{a_{iq}, a_{jq}\}\right)\left(\frac{1}{a_{il} - a_{iq}} + \frac{1}{a_{jl} - a_{jq}}\right),$$

где $l = 2k$, $q = 2k-1$, $k = \overline{1, m_5}$, $i > j$, и $t_{ij}^k = 0$ при $j \ge i$. Следующие шаги аналогичны шагам п.2.

6. Методом экспертного опроса определяем нечеткие интервалы [2] в виде пятерки элементов $(\alpha_i^k, \beta_i^k, \underline{m}_i^k, \overline{m}_i^k, h_i^k)$, $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, m_6}$. Для каждого эксперта и каждого вопроса вычисляем значение параметра

$$w_i^k = \frac{h_i^k}{2}\left(\underline{m}_i^k + \overline{m}_i^k\right) + \frac{h_i^k}{4}\left(\beta_i^k - \alpha_i^k\right), \tag{6}$$

уверенность в получении которого у эксперта максимальна. Заметим, что у каждого эксперта для всех вопросов существует хотя бы одно значение, уверенность в получении которого максимальна (равна единице), противный случай в статье не рассматривается.

Вычисляем элементы матрицы $T_6^k = \left(t_{ij}^k\right)_{i,j=1}^n$, где

$$t_{ij}^k = \frac{\left|w_i^k - w_j^k\right|}{\max_i w_i^k - \min_i w_i^k}, \qquad (7)$$

$i, j = \overline{1,n}$, $i > j$, $k = \overline{1,m_6}$. Далее необходимо матрицы T_6^k сложить и производить вычисления аналогично п.2.

7. Методом экспертного опроса определим слова W_i^k, которые являются ответом i-го эксперта на k-й вопрос, $i = \overline{1,n}$, $k = \overline{1,m_7}$. Для каждого вопроса определим обобщенный индикатор

$$\chi^*(W_i^k \in S_{W^k}) = \begin{cases} 0, & W_i^k \notin S_{W^k}, \\ \alpha_1, W_i^k = W_1^k \in S_{W^k}, & \\ ---------- & \\ \alpha_{p_k}, W_i^k = W_{p_k}^k \in S_{W^k}, & \end{cases} \qquad (8)$$

где S_{W^k} - множество синонимов, p_k - количество синонимов для слова-ответа на k-й вопрос, $\sum_{j=1}^{p_k} \alpha_j = 1, \forall k \in N_{m_7}$. Далее процесс определения матрицы T_7 аналогичен определению матрицы T_2.

8. Для восьмого типа вопросов предложить адекватную алгоритмическую процедуру оценки близости ответов экспертов на современном уровне интеллектуализации технических средств не представляется возможным, поэтому матрица T_8 определяется ЛПР.

Таким образом, складывая восемь матриц для определения компетентности, получим результирующую матрицу T, где ниже главной диагонали расположены оценки компетентности экспертов один другим. По известной процедуре (напр. п.2) определяем компетентности экспертов. Если начальные уровни компетентности задаются ЛПР, то они находятся на главной диагонали матрицы T и равноправны с другими оценками экспертов. Уровни компетентности в таком случае вычисляются по формуле

$$\gamma_p = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \ge j \\ (j=p)\vee(i=p)}}^{n} t_{ij} \Bigg/ \sum_{p=1}^{n} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \ge j \\ (j=p)\vee(i=p)}}^{n} t_{ij}, \quad p = \overline{1,n}. \qquad (9)$$

Если начальные уровни компетентности считать средними арифметическими мнений других экспертов (отсутствие мнения - оценка 0.5), то необходимо сформировать матрицу T_0, $T_0 = (t_{ij}^0)_{i,j=1}^n$, где на главной диагонали находятся нули, t_{ij}^0 - оценка i-м экспер том j-го эксперта. Далее суммируем элементы строк и делим на $n-1$. Полученные числа располагаем на главной диагонали T и используем (9). В случае равнозначности оценки ЛПР оценке группы экспертов, после определения уровня компетентностей по матрице T с нулевыми диагональными элементами, складываются и усредняются полученные оценки и оценки, данные ЛПР. Процедура определения компетентности, при которой учитывается оценка ЛПР как эксперта с заданным уровнем компетентности по отношению к группе экспертов, отличается от предыдущей тем, что при усреднении оценка ЛПР домножается на весовый коэффициент.

Пример. Необходимо определить уровни компетентности пяти экспертов. Задано три вопроса, ответами на которые есть нечеткие интервалы:

1) В каких пределах финансирование научных исследований на промышленном предприятии (ПП) есть оптимальным?

2) Какие сроки являются оптимальными, по мнению эксперта, для ввода ПП в эксплуатацию?

3) Какая прибыль ожидается в первый год функционирования ПП?

Ответы экспертов сведены в таблицу 1.

Значения w_i^k, $k = \overline{1,3}$ получены по формуле (7). Далее вычисляем элементы и формируем матрицы T_6^k

Таблица 1- Варианты ответов экспертов

№ экс	Номер вопроса 1						2						3					
	$\underline{m}$	$\overline{m}$	α	β	h	w_i^1	$\underline{m}$	$\overline{m}$	α	β	h	w_i^2	$\underline{m}$	$\overline{m}$	α	β	h	w_i^3
1	100	120	20	20	1	110	200	220	70	20	1	197.5	70	75	10	15	1	73.75
2	90	100	10	20	1	97.5	190	220	20	40	1	210	60	70	25	25	1	65
3	140	180	40	50	1	162.5	230	260	40	30	1	242.5	50	80	20	30	1	67.5
4	130	140	10	10	1	135	180	240	30	40	1	212.5	55	65	10	15	1	61.25
5	135	155	20	30	1	147.5	235	245	20	30	1	242.5	75	80	5	15	1	80

$$T_6^1 = \begin{pmatrix} 0.19 & & & \\ 0.80 & 1 & & \\ 0.38 & 0.58 & 0.42 & \\ 0.58 & 0.8 & 0.23 & 0.19 \end{pmatrix}, T_6^2 = \begin{pmatrix} 0.28 & & & \\ 1 & 0.72 & & \\ 0.33 & 0.06 & 0.67 & \\ 1 & 0.72 & 1 & 0.67 \end{pmatrix}, T_6^3 = \begin{pmatrix} 0.47 & & & \\ 0.3 & 0.13 & & \\ 0.67 & 0.2 & 0.33 & \\ 0.36 & 0.8 & 0.67 & 1 \end{pmatrix}.$$

Получим матрицы, элементы которых обратны к элементам T_6^k и просуммируем их

$$\begin{pmatrix} 5.3 & & & \\ 1.25 & 1 & & \\ 2.6 & 1.7 & 2.4 & \\ 1.7 & 1.2 & 4.3 & 5.3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3.6 & & & \\ 1 & 1.4 & & \\ 3 & 16.7 & 1.5 & \\ 1 & 1.4 & 1 & 1.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2.1 & & & \\ 3.3 & 7.7 & & \\ 1.5 & 5 & 3 & \\ 2.8 & 1.2 & 1.5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & & & \\ 5.5 & 10.1 & & \\ 7.1 & 23.4 & 6.9 & \\ 5.5 & 3.9 & 6.8 & 7.8 \end{pmatrix}.$$

Находим абсолютные значения уровней компетентности $\gamma_1 = 29.15$, $\gamma_2 = 48.4$, $\gamma_3 = 29.35$, $\gamma_4 = 45.2$, $\gamma_5 = 24$. Нормируя их, получим относительные уровни компетентности $\overline{\gamma}_1 = 0.16$, $\overline{\gamma}_2 = 0.27$, $\overline{\gamma}_3 = 0.17$, $\overline{\gamma}_4 = 0.26$, $\overline{\gamma}_5 = 0.14$. Если, например, ЛПР считает, что уровень его компетентности относится к уровню компетентности группы экспертов как 2:3, и при этом он apriori назначил экспертам уровни компетентности $\gamma_1^l = 0.05$, $\gamma_2^l = 0.05$, $\gamma_3^l = 0.1$, $\gamma_4^l = 0.2$, $\gamma_5^l = 0.6$. Тогда окончательные уровни компетентности ищутся по формуле $\gamma_i = (3\overline{\gamma}_i + 2\gamma_i^l) / \sum_{i=1}^{5} (3\overline{\gamma}_i + 2\gamma_i^l)$ и они равны $\gamma_1 = 0.11$, $\gamma_2 = 0.19$, $\gamma_3 = 0.14$, $\gamma_4 = 0.24$, $\gamma_5 = 0.32$.

Заключение. Реализация процедуры определения компетентности экспертов является эффективной только при использовании автоматизированной системы, что связано с обработкой значительного количества матриц большого размера. Предложенный метод не претендует на абсолютность как и все другие методы оценки субъективных характеристик [3,4], а предложенная классификация вариантов постановки задачи является далеко не полной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. - М.: Радио и связь, 1990. - 286 с.
2. Матвеевский С.Ф, Основы системного проектирования комплексов летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1987. - 239 с.
3. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П.. Введение в системный анализ. – М.: Высшая школа, 1989. – 367 с.
4. Gharajedaghi J., Ackoff R.L. Toward Systemic Education of System Scientists.// Systems Research, 1985, vol. 2, № 1. P. 21-27. (Опубликовано)